

Résolution de $\frac{5(x^4+3x^2-1)}{6} = 0$

$\frac{5(x^4+3x^2-1)}{6} = 0$ se ramène à une équation du quatrième degré de la forme $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e = 0$ avec :

$$\begin{aligned} a &= \frac{5}{6} \\ b &= 0 \\ c &= \frac{5}{2} \\ d &= 0 \\ e &= -\frac{5}{6} \end{aligned}$$

Il s'agit d'une équation bicarrée. On pose donc $X = x^2$.

Ceci nous amène à l'équation : $\frac{5X^2}{6} + \frac{5X}{2} - \frac{5}{6} = 0$. Son discriminant vaut $\Delta = b^2 - 4ac = (\frac{5}{2})^2 - 4(\frac{5}{6})(-\frac{5}{6}) = \frac{325}{36} \simeq 9,02 > 0$.

Cette équation du second degré admet donc deux solutions :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2} \simeq -3,30 \\ X_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2} \simeq 0,302 \end{aligned}$$

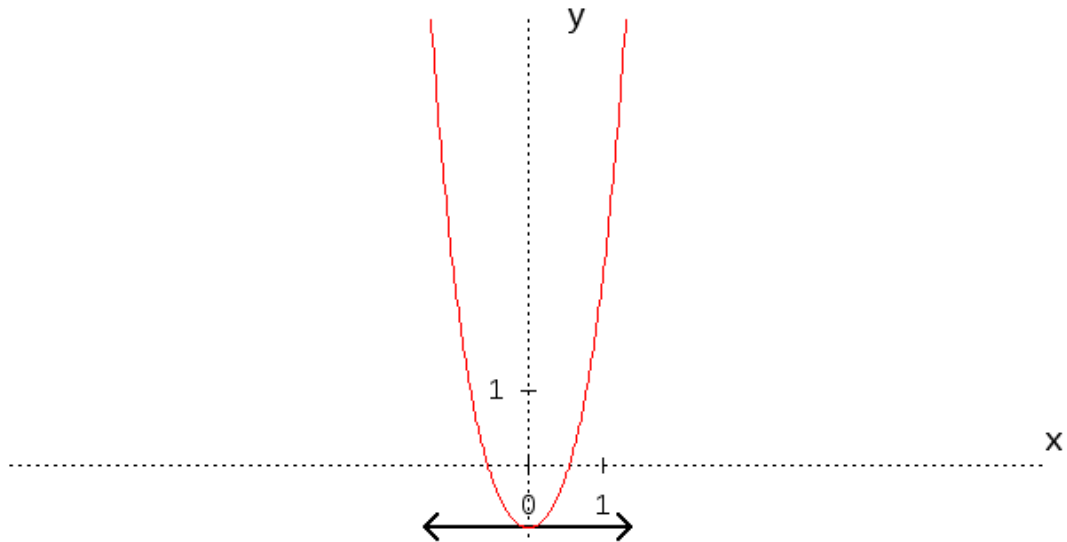
Puisque $X_1 < 0$ et $X_2 > 0$, on en déduit les solutions réelles :

$$\begin{aligned} x_1 &= \sqrt{X_2} = \frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}} \simeq 0,550 \\ x_2 &= -\sqrt{X_2} = -\frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}} \simeq -0,550 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions dans \mathbb{R} est donc : $S = \{-\frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}}\}$.

Graphiquement, la courbe d'équation $y = \frac{5x^4}{6} + \frac{5x^2}{2} - \frac{5}{6}$ coupe deux fois l'axe des abscisses, aux points d'abscisse x_1 et x_2 .





En considérant les solutions complexes, on trouve dans \mathbb{C} :

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \sqrt{X_2} = \frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}} \approx 0,550 \\
 z_2 &= -\sqrt{X_2} = -\frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}} \approx -0,550 \\
 z_3 &= i\sqrt{-X_1} = \frac{\sqrt{\sqrt{13}+3}i}{\sqrt{2}} \approx 1,81i \\
 z_4 &= -i\sqrt{-X_1} = -\frac{\sqrt{\sqrt{13}+3}i}{\sqrt{2}} \approx -1,81i
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } S = \left\{ \frac{\sqrt{\sqrt{13}+3}i}{\sqrt{2}}; -\frac{\sqrt{\sqrt{13}+3}i}{\sqrt{2}}; \frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}}; -\frac{\sqrt{\sqrt{13}-3}}{\sqrt{2}} \right\}.$$

Note : ces résultats ont été obtenus par un programme automatique : leur exactitude n'est pas garantie.

Découvrez mes autres applis sur lovemaths.eu/apps