

ARITHMETIQUE

- Division euclidienne:

$a = b \times q + r$	a: dividende b: diviseur q: quotient r: reste	$\begin{array}{r l} 208 & 3 \\ - 180 & 69 \\ \hline 28 & \\ - 27 & \\ \hline 1 & \end{array}$	$208 = 3 \times 69 + 1$ dividende : 208 diviseur : 3 quotient : 69 reste : 1	
----------------------	--	---	--	---

- b est un diviseur de a (ou a est divisible par b) si:
 - le reste de la division euclidienne de a par b est 0
 - $a = n \times b$ (n entier)

- Un nombre est divisible:

- par **2** s'il se termine par **0, 2, 4, 6** ou **8** Exemple : **46, 9992**
- par **3** si la somme de ses chiffres est divisible par **3** Exemple : **36, 999**
- par **5** s'il se termine par **0** ou **5** Exemple : **45, 345**
- par **9** si la somme de ses chiffres est divisible par **9** Exemple : **99, 738**
- par **10** s'il se termine par **0** Exemple : **600, 70**

- Le PGCD de deux nombres est le Plus Grand Commun Diviseur à ces nombres

Exemple : PGCD(18 ;12) = 6

- Propriétés :

$$\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;a)$$

$$\text{PGCD}(a;a) = a$$

Si b est un diviseur de a alors $\text{PGCD}(a;b) = b$

Si $a > b$ alors $\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;a - b)$

Si $\text{PGCD}(a;b) = 1$ alors a et b sont premiers entre eux

$\text{PGCD}(a;b) = \text{PGCD}(b;r)$ où r est le reste de la division euclidienne de a par b

- Un nombre premier est un nombre qui n'est divisible que par 1 et par lui-même



- Algorithme des soustractions successives : PGCD(326;212) = ?

$$\begin{array}{rclcl}
 326 - 212 = 114 & 82 - 16 = 66 & 18 - 16 = 2 & 10 - 2 = 8 \\
 212 - 114 = 98 & 66 - 16 = 50 & 16 - 2 = 14 & 8 - 2 = 6 \\
 114 - 98 = 16 & 50 - 16 = 34 & 14 - 2 = 12 & 6 - 2 = 4 \\
 98 - 16 = 82 & 34 - 16 = 18 & 12 - 2 = 10 & 4 - 2 = 2 : \text{dernière différence non nulle} \\
 & & & 2 - 2 = 0
 \end{array}$$

- Algorithme d'Euclide : PGCD(326;212) = ?

$$\begin{array}{l}
 326 = 212 \times 1 + 114 \\
 212 = 114 \times 1 + 98 \\
 114 = 98 \times 1 + 16 \\
 98 = 16 \times 6 + 2 : \text{dernier reste non nul} \\
 16 = 2 \times 8 + 0
 \end{array}$$

- Application aux simplifications de fractions : $\frac{326}{212} = \frac{163 \times 2}{106 \times 2} = \frac{163}{106}$

