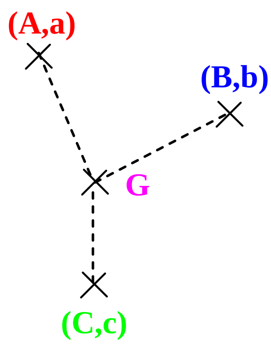
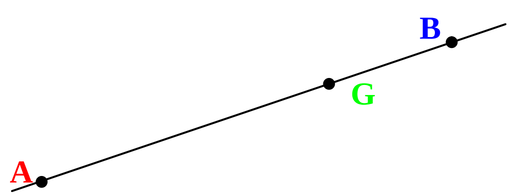
GEOMETRIE DANS L'ESPACE

- Barycentre:

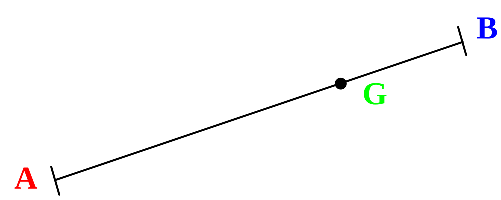


- G est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients a, b, c (avec $a + b + c \neq 0$) :
  $\Leftrightarrow$ G = bar{(A,a),(B,b),(C,c)}
  $\Leftrightarrow a\overrightarrow{GA} + b\overrightarrow{GB} + c\overrightarrow{GC} = \vec{0}$
  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \dfrac{b\overrightarrow{AB} + c\overrightarrow{AC}}{a+b+c}$
- G = bar{(A,a),(B,b),(C,c)} = bar{(A,λa),(B, λb),(C, λc)} si $\lambda \neq 0$
- Associativité du barycentre :
  - G = bar{(A,a),(B,b),(C,c)} = bar{(A,a),(G',b+c)}
    avec G' = bar{(B,b),(C,c)} si $b+c \neq 0$

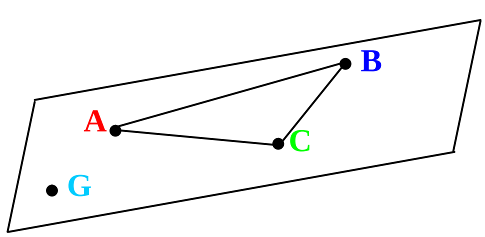
- Applications du barycentre à la géométrie:



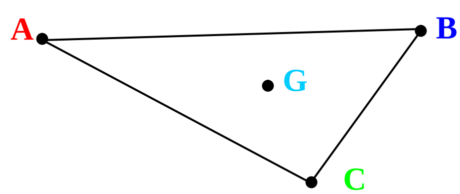
G = bar{(A,α),(B,β)}
Pour α et β ∈ ℜ ($\alpha + \beta \neq 0$)
G décrit la droite (AB)



G = bar{(A,α),(B,β)}
Pour α et β de même signe ($\alpha + \beta \neq 0$)
G décrit la droite (AB)



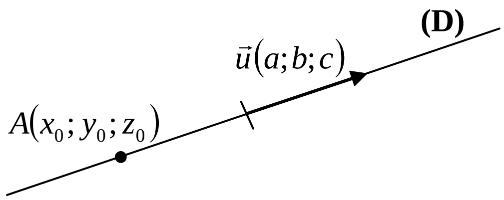
G = bar{(A,α),(B,β),(C,γ)}
Pour α, β et γ ∈ ℜ ($\alpha + \beta + \gamma \neq 0$)
G décrit le plan (ABC)

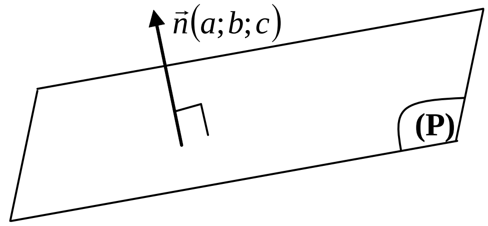


G = bar{(A,α),(B,β),(C,γ)}
Pour α, β et γ ∈ $\Re^+$ ($\alpha + \beta + \gamma \neq 0$)
G décrit le triangle (ABC)

lovemaths.eu

- Equations de droites et de plans:

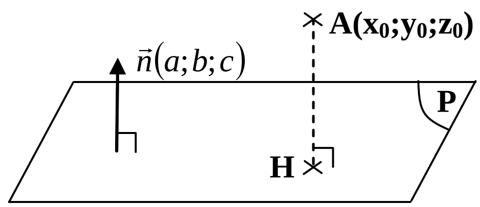




$$D(A,\vec{u})\begin{cases} x = at + x_0 \\ y = bt + y_0 \text{ , t } \in \Re \\ z = ct + z_0 \end{cases}$$

(P) : ax + by + cz +d = 0

- Distance d'un point à un plan:

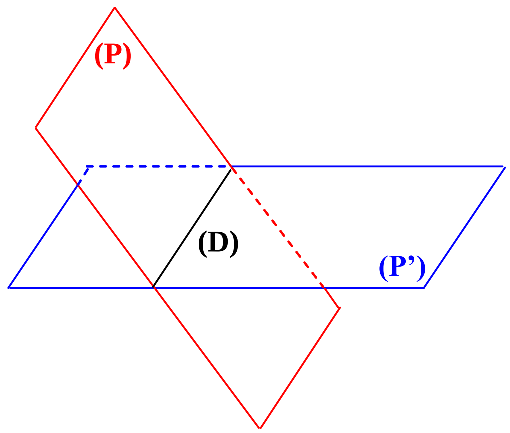


Pour (P): ax + by +cz +d = 0.

$$AH = \frac{|ax_0 + bx_0 + cx_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

lovemaths.eu

- Intersection de deux plans: résolution du système (S) $\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$ (trois cas)

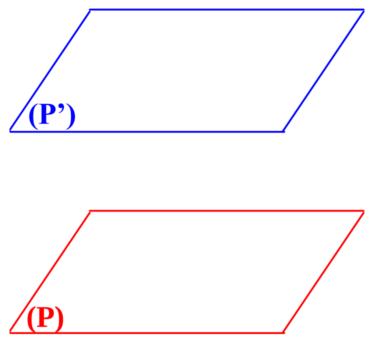


(P) et **(P')** sécants: l'intersection est la droite **(D)** d'équation

$$\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \end{cases}$$

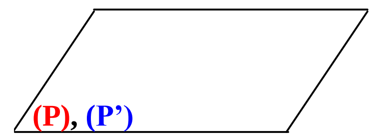
On pose z = t et on résout le système en x et y pour trouver l'équation paramétrique de **(D)**

(S) admet une infinité de solutions



(P) et **(P')** parallèles: pas d'intersections

(S) n'admet pas de solution

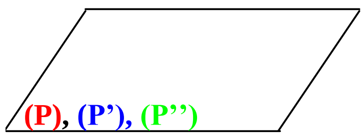


(P) et **(P')** confondues: l'intersection est constituée des deux plans d'intersections

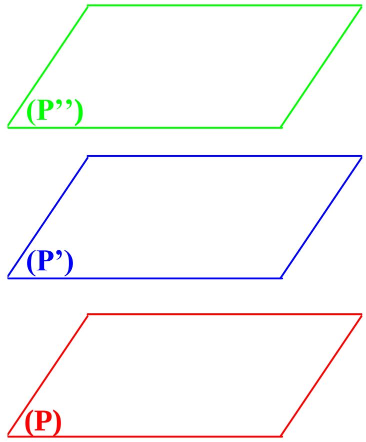
(S) admet une infinité de solutions; ses deux équations sont proportionnelles

lovemaths.eu

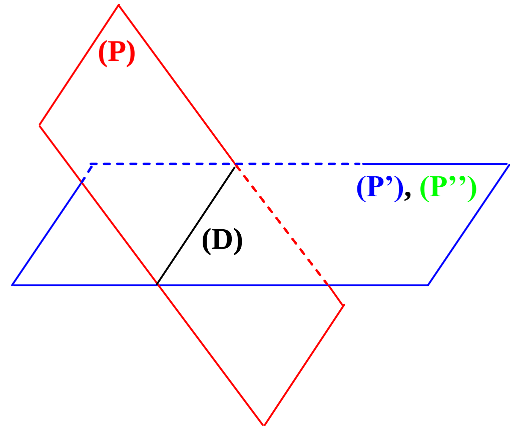
- Intersection de trois plans: résolution du système (S) $\begin{cases} ax+by+cz+d=0 \\ a'x+b'y+c'z+d'=0 \\ a''x+b''y+c''z+d''=0 \end{cases}$ (sept cas)



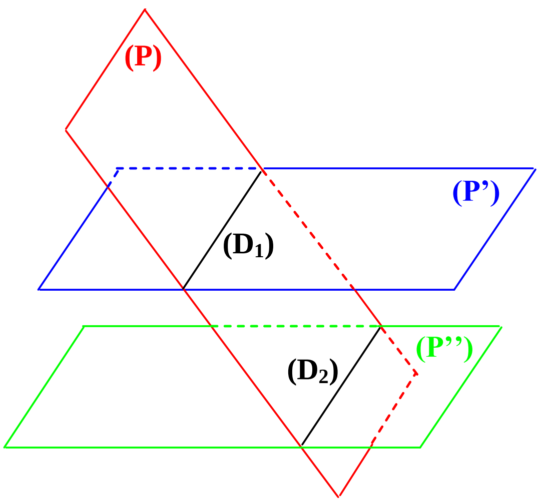
(P), (P’) et **(P’’)** confondus
(S) admet une infinité de solutions; ses 3 équations sont proportionnelles



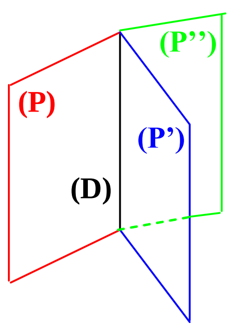
(P) et **(P’)** parallèles: pas d’intersections
(S) n’admet pas de solution



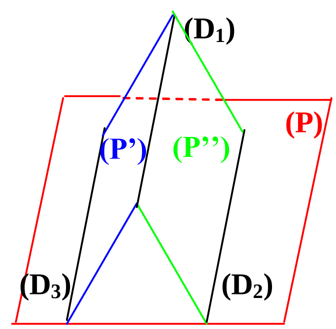
(P) sécant avec et **(P’)** et **(P’’)** qui sont confondues: l’intersection est la droite **(D)**
(S) admet une infinité de solutions



(P’) et **(P’’)** parallèles et sécants avec (P): pas d’intersection
(S) n’admet pas de solution

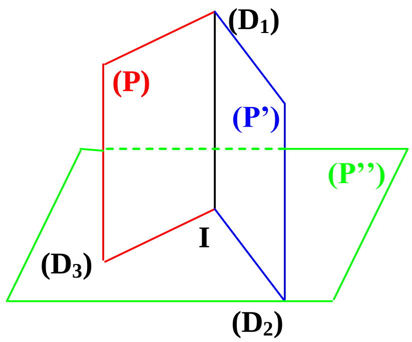


(P), **(P’)** et **(P’’)** sécants suivant la droite **(D)**
(S) admet une infinité de solutions



(P), (P’) et **(P’’)** sont deux à deux sécants
(S) n’admet pas de solution

lovemaths.eu



(P), **(P')** et **(P'')** sont sécants en I
(S) admet une seule solution