PGCD ET PPCM

- PGCD:

  - a et b sont premiers entre eux:
    ssi PGCD(a ;b) = 1
    ssi au + bv = 1
    alors les diviseurs communs de a et b sont 1 et –1

  - Si PGCD(a ;b) = 1 avec a et b ≠ 0 alors $\frac{a}{b}$ est irréductible et a et b sont premiers entre eux

  - PGCD(α ;β) = PGCD(α ;γ) avec α et $\beta \neq 0$, γ le reste de la division euclidienne de α par β

  - PGCD(ab,ac) = |a| PGCD(b,c)

  - Algorithme d'Euclide : PGCD(326;212) = ?

    326 = 212 x 1 + 114
    212 = 114 x 1 + 98
    114 = 98 x 1 + 16
    98 = 16 x 6 + **2 : PGCD = dernier reste non nul**
    16 = 2 x 8 + 0

- PPCM :

  - Si b est multiple de a alors PPCM(a,b) = b

  - PGCD(a,b) divise PPCM(a,b)

  - PGCD(a,b) x PPCM(a,b) = a x b

  - Si a et b sont premiers entre eux: PPCM(a,b) = a x b

  - PPCM(ka,kb) = kPPCM(a,b)

lovemaths.eu

- Bezout : PGCD(a,b) = d : il existe u et v tels que au + bv = d

PGCD(a,b) = d   alors   Il existe u et v tels que au + bv = d

Détermination de u et v : ex : $37u + 17v = 1$

	2	5	1	2
37	17	3	2	1
3	2	1	0	

$$\begin{cases} 37 = 17 \times 2 + 3 \\ 17 = 3 \times 5 + 2 \\ 3 = 2 \times 1 + 1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3 = 37 - 17 \times 2 \\ 2 = 17 - 3 \times 5 \\ 1 = 3 - 2 \times 1 \end{cases}$$

$$1 = 3 - 2 \times 1 = 3 - (17 - 3 \times 5) = -17 - 4 \times 3 = -17 - 4(37 - 17 \times 2)$$
$$1 = -4 \times 37 + 17 \times 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u = -4 \\ v = 3 \end{cases}$$

- Gauss:

a divise bc
a et b premiers entre eux   alors   a divise c