SUITES

- Rappel: suites **arithmétiques** et **géométriques**:

	Suite arithmétique	**Suite géométrique**
Définition	$u_{n+1} = u_n + a$ ***a*** raison de la suite	$u_{n+1} = u_n \times b$ ***b*** raison de la suite
Terme général u_n	$u_n = u_0 + na$ $u_n = u_p + (n-p)a$	$u_n = u_0 \times b$ $u_n = u_p \times b^{n-p}$
Somme **$u_0 + u_1 + \ldots + u_n$** **(n+1) termes**	$S = (n+1)\left(\dfrac{u_0 + u_n}{2}\right)$	$S = u_0 \times \dfrac{1-b^{n+1}}{1-b}$ $(b \neq 1)$
Sens de variation	• si $a > 0$, (u_n) est croissante • si $a < 0$, (u_n) est décroissante	• si $b > 1$, (u_n) est croissante • si $0 < b < 1$, (u_n) est décroissante

- Raisonnement par **récurrence**:
  - Soit P_n une propriété dépendant de n entier naturel
  - Le principe peut se schématiser par:
    - P_0 est vraie,
    - P_n vraie $\Rightarrow$ P_{n+1} vraie,

    alors P_n est vraie pour tout n

⚠ Ne pas oublier d'établir que P_0 est vraie

⚠ Il faut utiliser l'hypothèse de récurrence au rang n pour prouver le rang (n+1)

- (u_n) **croissante** si et seulement si : $u_n \leq u_{n+1}$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ ou $f'(n) \geq 0$ (si $u_n = f(n)$)
- (u_n) **décroissante** si et seulement si : $u_n \geq u_{n+1}$ ou $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ ou $f'(n) \leq 0$
- Une suite est monotone si elle est exclusivement croissante ou décroissante
- Une suite est majorée si elle ne dépasse jamais une valeur fixée: $\forall n$, $u_n \leq M$
- Une suite est minorée si elle ne descend jamais sous une valeur fixée: $\forall n$, $u_n \geq m$
- Une suite est bornée si elle est à la fois majorée et minorée: $\forall n$, $m \leq u_n \leq M$

lovemaths.eu

- Une suite **décroissante** et **minorée** converge

- Une suite **croissante** et **majorée** converge

- u_n et v_n sont adjacentes si :
    - v_n est décroissante
    - u_n est croissante
    - $\lim(u_n - v_n) = 0$

  alors : $\lim u_n = \lim v_n = L$ et $u_n \leq L \leq v_n$

- Si $u_n \leq v_n$ alors $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n \leq \lim\limits_{n \to +\infty} v_n$

- Théorème des gendarmes:

$$\left.\begin{array}{c} u_n \leq w_n \leq v_n \\ (u_n) \text{ et } (v_n) \text{ convergent} \\ \text{vers un même réel } l \end{array}\right\} \underline{\text{alors}} \quad \begin{array}{c} (w_n) \text{ est} \\ \text{convergente} \\ \text{et sa limite} \\ \text{est } l \end{array}$$

- Si $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = a$ et si $\lim\limits_{a} f = l$, alors $\lim\limits_{n \to +\infty} f(u_n) = l$

lovemaths.eu